

PCB 板最大频率的支撑拓扑优化

刘孝保,杜平安,刘建涛

(电子科技大学机械电子工程学院,四川成都 611731)

摘要: 基于印制电路板(PCB)支撑结构的特点,建立了支撑布局拓扑优化的分析模型:利用无质量实体单元模拟支撑部分;利用自由度凝聚技术建立 PCB 板及其元器件的子结构模型,从而大大缩减了优化的计算量.在优化分析模型基础上,利用渐进优化方法推导出结构支撑单元的删除敏感度并建立了基于 ANSYS 的计算方法,分析了支撑刚度对支撑布局优化的影响.最后通过优化实例验证了优化方法的正确性.

关键词: 子结构方法; PCB 组件; 自由度凝聚; 自然频率; 支撑布局优化

中图分类号: TP203 **文献标识码:** A **文章编号:** 0372-2112 (2011) 06-1423-05

Maximization of PCB Natural Frequency with Optimal Support Layout

LIU Xiao-bao, DU Ping-an, LIU Jian-tao

(Department of Mechatronics Engineering, University of Electronics Science and Technology of China, Chengdu, Sichuan 611731, China)

Abstract: Based on the structural characters of printed circuit board (PCB), a topology optimization model of PCB structure is established. The model consists of two parts, i. e. the supporting part and the PCB component part. The supporting part is simulated by elastic material with no mass, while the PCB component part is refined by condensation method of degree of freedom to reduce computation amount. Based on the model, the sensitivity coefficient for element removal is derived by evolutionary structural optimization (ESO) algorithm, and then an ANSYS-based computational method is presented. Meanwhile, the influence of stiffness of support material on the maximal frequency of structure is studied. In the end, a typical case is illustrated as an optimization example, which demonstrates that the optimization method is reasonable and effective in engineering projects.

Key words: method of substructure; PCB (Printed Circuit Board) component; condensation of degree of freedom; natural frequency; supporting position layout optimization

1 引言

电子设备的工作环境通常都比较复杂,总存在着或多或少随机振动干扰.当环境干扰频率接近设备固有频率时,电子设备就可能因发生共振而引起系统的失效.因此,结构设计时应使结构固有频率远离干扰频率,而提高结构固有频率就是一种常用的措施之一.但电子设备的结构设计(尤其是 PCB 板)通常由电子线路和电子元器件的要求确定^[1~3],而留给结构的设计空间很小.因此通过优化 PCB 板的支撑布局来提高结构抗干扰性能成为一种切实可行的措施之一^[4].

PCB 板的支撑布局设计通常由经验确定,或在已知支撑形式和数量的情况下,通过遗传算法来实现支撑位置的最优布局^[1,2],而利用拓扑优化进行设计的比较少^[5].这些设计或优化都是以一定的人为经验为指导进行的支撑布局设计,往往不是最优设计.

本文利用子结构技术和渐进结构优化方法,建立了 PCB 板支撑布局的拓扑优化模型,从理论上推导了单元删除敏感度,分析了支撑刚度对支撑布局优化的影响,并通过实例验证了方法的正确性

2 PCB 板支撑布局优化模型建立

PCB 板的支撑布局拓扑优化和普通的结构拓扑优化不同,它的优化对象是结构的支撑布局而不是结构本身的拓扑形状.PCB 板的支撑布局优化模型由两个部分组成:由 PCB 板及板上电子元器件构成的 PCB 组件部分和由支撑单元构成的支撑部分.其结构如图 1 所示.支撑部分是布局优化的可行域(黑色部分);而 PCB(褐色部分)和电子元器件(浅蓝色)为固定结构,属于支撑布局优化的约束条件.

支撑部分可采用无质量弹簧单元模拟^[6,7],但该方法建模麻烦,直观性差,同时由于一个空间节点需用 3

个弹簧模拟,增加了设计变量.为此本文提出采用实体单元进行模拟,一端和 PCB 板组件相连,另一端采用固结方式约束.

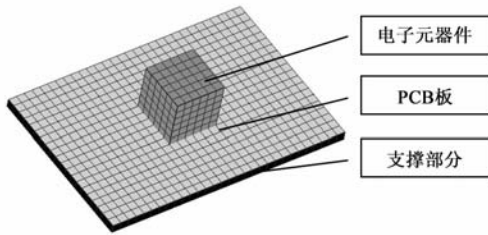


图1 支撑布局优化结构模型示意图

2.1 支撑部分的简化模型

支撑部分考虑的仅仅是对结构的刚度影响,因此可略去质量,即认为支撑部分的材料密度为 0. 在分析过程中可指定非常小的材料密度值,如 $1 \times 10^{-10} \text{kg/m}^3$.

支撑布局拓扑优化就是通过改变支撑部分单元材料的分布布局,获得在满足给定支撑材料条件下 PCB 板的最大频率,因此优化模型可表示为

$$\begin{cases} \max & \omega_j^2 \\ & \mathbf{x} = (x_1, x_2, \dots, x_n)^T \\ \text{S. T. :} & \mathbf{C}^T \mathbf{X} \leq \mathbf{C}^* \\ & x_i = \begin{cases} 1 \\ 0 \end{cases} \end{cases} \quad (1)$$

式中, ω_j 为 PCB 板组件的第 j 阶圆频率,它与固有频率 f_j 的关系为 $\omega_j = 2\pi f_j$; \mathbf{X} 为支撑材料分布向量,0 表示没有材料即该单元被删除,而 1 表示该单元有材料; \mathbf{C} 为支撑位单元材料列向量; \mathbf{C}^* 为期望支撑材料总体约束值,即期望总体支撑材料大小.

2.2 PCB 板的自由度凝聚

PCB 板组件结构固定,在优化过程中保持不变.如果每次迭代都对该部分进行离散分析,将占用大量计算时间.为此本文采用子结构方法对 PCB 板组件进行自由度凝聚^[8],以减少自由度数量.同时只需对 PCB 板组件凝聚计算一次,即可在优化迭代中读取凝聚结果,优化效率会大大提高.

根据振动理论,PCB 板组件无阻尼自由振动方程为^[10]

$$\mathbf{K}\mathbf{u} + \mathbf{M}\ddot{\mathbf{u}} = \mathbf{0} \quad (2)$$

式中, \mathbf{K} 为刚度矩阵, \mathbf{M} 为结构质量矩阵, \mathbf{u} 为结构位移向量.

将 PCB 板组件的自由度划分为两部分:主自由度和副自由度.由于板的低阶振动主要集中在 PCB 板平面上,根据组自由度定义原则^[8],可定义 PCB 板平面自由度为主自由度,其余自由度为副自由度.经整理式(2)各矩阵可表示为

$$\mathbf{u} = \begin{bmatrix} \mathbf{u}^m \\ \mathbf{u}^s \end{bmatrix}, \mathbf{M} = \begin{bmatrix} \mathbf{M}^{mm} & \mathbf{M}^{ms} \\ \mathbf{M}^{sm} & \mathbf{M}^{ss} \end{bmatrix}, \mathbf{K} = \begin{bmatrix} \mathbf{K}^{mm} & \mathbf{K}^{ms} \\ \mathbf{K}^{sm} & \mathbf{K}^{ss} \end{bmatrix} \quad (3)$$

式中,上标 m 表示主自由度, s 表示副自由度.

设 PCB 板组件的第 j 阶模态圆频率为 ω_j ,则式(2)的第 j 阶模态方程为

$$\begin{bmatrix} \mathbf{K}^{mm} & \mathbf{K}^{ms} \\ \mathbf{K}^{sm} & \mathbf{K}^{ss} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \mathbf{u}^m \\ \mathbf{u}^s \end{bmatrix} - \omega_j^2 \begin{bmatrix} \mathbf{M}^{mm} & \mathbf{M}^{ms} \\ \mathbf{M}^{sm} & \mathbf{M}^{ss} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \mathbf{u}^m \\ \mathbf{u}^s \end{bmatrix} = \mathbf{0} \quad (4)$$

由式(4)的第二个方程得

$$\mathbf{u}^s = -(\mathbf{K}^{ss} - \omega_j^2(\mathbf{M}^{ss}))^{-1}(\mathbf{K}^{sm} - \omega_j^2(\mathbf{M}^{sm}))\mathbf{u}^m \quad (5)$$

对于低阶频率,从被缩减掉自由度上的惯性力和从主自由度传递过来的弹性力相比较小可忽略^[8,10].略去式(5)中的动力耦合量,得

$$\mathbf{u}^s = -(\mathbf{K}^{ss})^{-1}\mathbf{K}^{sm}\mathbf{u}^m \quad (6)$$

为了表述的方便,令

$$\Phi_c = -(\mathbf{K}^{ss})^{-1}\mathbf{K}^{sm} \quad (7)$$

将式(6)代入式(4),可得经自由度凝聚后的动力方程为

$$\mathbf{M}^G \ddot{\mathbf{u}}^m + \mathbf{K}^G \mathbf{u}^m = \mathbf{0} \quad (8)$$

式中,刚度矩阵和质量矩阵分别为

$$\mathbf{K}^G = \mathbf{K}^{mm} + (\Phi_c)^T \mathbf{K}^{sm} \quad (9)$$

$$\mathbf{M}^G = \mathbf{M}^{mm} + (\Phi_c)^T \mathbf{M}^{ms} \Phi_c + \mathbf{M}^{ms} \Phi_c + (\Phi_c)^T \mathbf{M}^{sm} \quad (10)$$

由式(8)可知,经过自由度凝聚变换后,PCB 板组件子结构的自由度数量大为降低,同时优化过程可重复读取这个凝聚结果,而不必重新离散和计算.

3 单元删除敏度分析

渐进结构优化法(Evolutionary Structural Optimization, ESO)于 93 年由谢忆民等提出^[10],现已应用于多个领域^[11].其主要思想是通过将无效或低效的单元逐步去掉,最终使结构逐渐趋于最优化^[12].

单元的删除通过一定的规则来评判.通过判断单元删除对优化目标值的影响,即计算单元删除敏度来决定删除哪些单元.

根据振动理论,PCB 板的模态方程可表示为^[11]

$$(\mathbf{K} - \omega_j^2 \mathbf{M}) \mathbf{u}_j = \mathbf{0} \quad (11)$$

式中, ω_j 表示第 j 阶模态圆频率, \mathbf{u}_j 为第 j 阶模态频率对应的特征向量.

式(11)两边分别左乘 \mathbf{u}_j^T ,得

$$\omega_j^2 = \frac{\mathbf{u}_j^T \mathbf{K} \mathbf{u}_j}{\mathbf{u}_j^T \mathbf{M} \mathbf{u}_j} \quad (12)$$

根据模态质量 m_j 和模态刚度 k_j 的定义

$$m_j = \mathbf{u}_j^T \mathbf{M} \mathbf{u}_j \quad (13)$$

$$k_i = \mathbf{u}_j^T \mathbf{K} \mathbf{u}_j$$

因此第 j 阶优化目标值可表示为

$$\omega_j^2 = \frac{k_i}{m_j} \quad (14)$$

假设从结构中删除单元 i ,由于单元删除而使目标

值 ω_j^2 的变化量 $\Delta\omega_j^2$ 可表示为

$$\Delta\omega_j^2 = \Delta\left(\frac{k_j}{m_j}\right) = \frac{1}{m_j}(\Delta k_j - \omega_j^2 \Delta m_j) \quad (15)$$

设删除单元 i 对整体振型的变化很小,即

$$\Delta m_j \approx -(\mathbf{u}_j^e)_i^T (\mathbf{M}^e)_i (\mathbf{u}_j^e)_i \quad (16)$$

$$\Delta k_j \approx -(\mathbf{u}_j^e)_i^T (\mathbf{K}^e)_i (\mathbf{u}_j^e)_i$$

式中,上标 e 表示单元,而下标 i 表示编号为 i 的单元。

根据式(16),单元 i 的删除灵敏度 α_i 表示为

$$\alpha_i = \frac{1}{m_j} (\omega_j^2 (\mathbf{u}_j^e)_i^T (\mathbf{M}^e)_i (\mathbf{u}_j^e)_i - (\mathbf{u}_j^e)_i^T (\mathbf{K}^e)_i (\mathbf{u}_j^e)_i) \quad (17)$$

由于支撑部分的材料密度为 0,因此单元 i 的删除灵敏度可简化为

$$\alpha_i = \frac{-1}{m_j} (\mathbf{u}_j^e)_i^T (\mathbf{K}^e)_i (\mathbf{u}_j^e)_i \quad (18)$$

对归一化处理的模态分析,有 $m_i = 1$. 因此单元删除灵敏度的求解更为简便。

由于 $(\mathbf{K}^e)_i$ 为半正定矩阵, $\alpha_i \leq 0$, 因此最大频率支撑布局优化是一个递减模型,即结构的最大频率随着单元的删除递减. 每次单元删除时需删除 α_i 最大的几个单元,以确保最终优化结果为该条件下的最大频率最优支撑布局。

4 基于 ANSYS 的优化实施方法

本文利用 ANSYS 软件和 C# 语言开发了优化程序. 优化的目的是获得支撑分离结构的单元状态表,该表表征每个单元的状态,1 为保留单元,0 为删除单元. 基于 ANSYS 的渐进拓扑优化流程图见图 2。

首先通过 ANSYS 的 APDL 建立 PCB 板组件的有限元模型,定义结构的可优化部分(支撑部分)和固定部分,并形成支撑部分单元的初始状态表. 然后通过 AN-

SYS 读取单元信息表进行结构的模态分析,输出模态频率和振型等结果,利用式(18)计算单元删除灵敏度并排序比较,确定被删除的单元并更新单元状态表. 由于灵敏度 $\alpha_i \leq 0$, 因此需要删除灵敏度最大的单元,每次删除的数量通常为总单元数量的 1% 左右. 最后根据优化中止条件判断是否结束,如不满足条件则重复上述过程,直到满足中止条件。

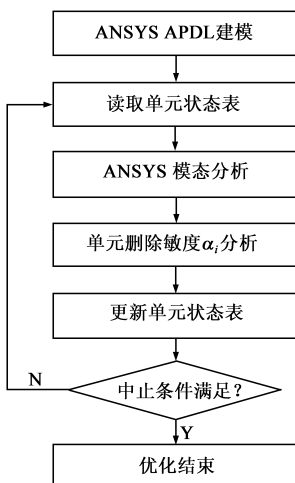


图2 基于ANSYS的支撑布局优化流程图

5 支撑刚度对布局优化的影响

为研究支撑刚度对优化结果的影响,分别用不同的刚度值对图 1 所示模型进行对比分析. 设 PCB 板的弹性模量为 $1 \times 10^7 \text{Pa}$, 支撑材料弹性模量 $1 \times 10^9 \text{Pa}$, 其中指数为 $n = 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10, 11$. 支撑部分离散为 $30 \times 20 \times 1$ 个实体单元,每次删除 4 个。

5.1 目标函数趋势分析

取结构的一阶模态频率最大作为优化目标,即 $j = 1$. 由于 ω_1^2 相差较大,为更清楚对比各优化实例间 ω_1^2 随迭代次数 I 的变化规律,利用 ω_1^2 初值 ($I = 0$) 相等的原则进行处理。

由于优化目标值 ω_1^2 随着支撑刚度指数 n 和迭代次数 I 的改变而改变,即

$$\omega_1^2 = f(I, n) \quad (19)$$

为使每个实例的 ω_1^2 初值相等,刚度指数为 n 时缩放系数 p 可表示为

$$p = \max(f(0, n)) / f(0, n) \quad (20)$$

因此缩放后新的目标函数 $(\omega_1^2)_{\text{equi}}$ 可表示为

$$(\omega_1^2)_{\text{equi}} = pf(I, n) \quad (21)$$

式中,下标 equi 表示处理后的等效目标值. 经上述等量化处理后,迭代次数 I 与 $(\omega_1^2)_{\text{equi}}$ 的关系见图 3。

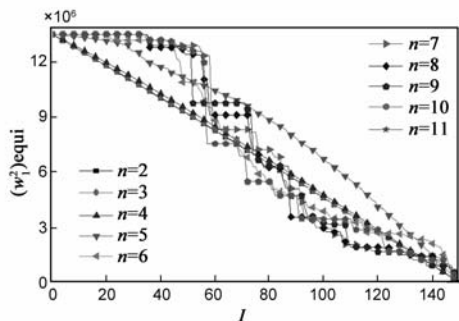


图3 迭代次数 I 与 $(\omega_1^2)_{\text{equi}}$ 的关系图

由图 3 可以看出:

(1) 目标值 $(\omega_1^2)_{\text{equi}}$ 随 I (支撑材料的删除) 的增加而递减. 这是由于随着支撑单元的删除,结构刚度减小,导致结构频率变小。

(2) 当支撑刚度远小于结构刚度时(图中 $n \leq 4$),目标函数和迭代次数近似线性关系. 这是由于支撑刚度远小于结构刚度引起支撑部分的局部模态^[13]. 此时 PCB 板组件近似为刚体,而支撑部分近似为并联的弹簧系统,因此整体结构近似为多个相同无质量并联弹簧的质量弹簧系统,单元的删除近似去掉弹簧,故呈线性变化规律。

(3) 当支撑刚度远大于结构刚度(图中 $n \geq 10$),整体结构的目标函数趋势相同(曲线重合). 这是因为当支撑刚度远大于 PCB 板组件刚度,引起结构低阶振动

为 PCB 板组件部分的局部模态,因此支撑刚度的增加并不能带来整体结构模态频率的增加。

为研究支撑刚度对结构模态频率的影响,分别取不同的支撑刚度在同样支撑布局情况下($I=0$ 时)PCB 板组件模态频率的影响,支撑刚度 E 和优化目标函数的 ω_1^2 的对数关系见图 4。

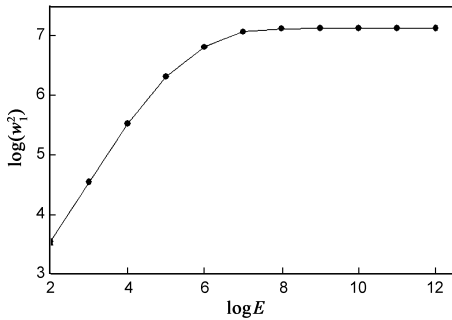


图4 支撑刚度 E 与优化目标函数 ω_1^2 的对数关系图

从图 4 可以看出,当支撑刚度较小时,支撑部分可近似等效为多个相同弹簧并联,因此支撑刚度和 ω_1^2 近似为线性关系;而当支撑部分刚度较大时, ω_1^2 并不随着支撑刚度的增加而增加,这是因为此时支撑部分的刚度相对 PCB 板为刚性,因此此时的模态为 PCB 板的局部模态^[13]。

5.2 拓扑形状结果分析

对应上述分析实例,相应的最优支撑拓扑结构如图 5 所示。

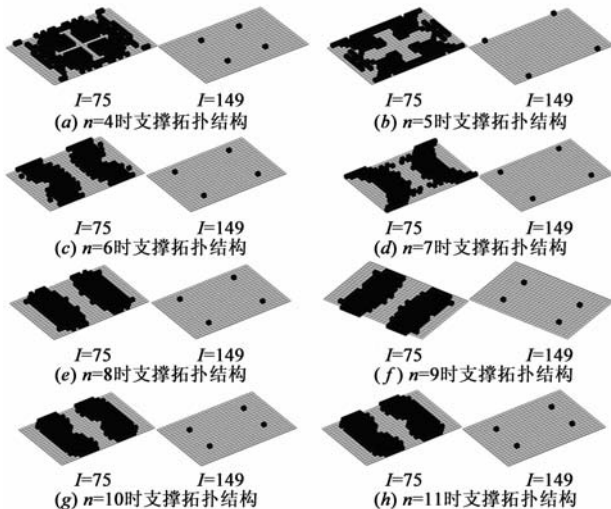


图5 最优支撑拓扑结构

从图 5 可看出,结构的拓扑形状随着支撑材料的变化而变化。当支撑材料刚度远离结构刚度时,即整体结构进入局部模态时,支撑刚度对支撑拓扑结构影响很小或无影响;而当支撑刚度接近 PCB 刚度时,支撑刚度对最优支撑拓扑布局的影响较大。

6 优化分析实例

该实例在 PCB 板上添加了 5 个元器件,其支撑结构模型如图 6 所示。支撑部分离散为 $40 \times 30 \times 1$ 的单元,支撑材料为 1×10^{12} Pa,每次迭代删除 8 个单元。优化过程中优化目标 ω_1^2 和迭代次数 I 的关系见图 7。

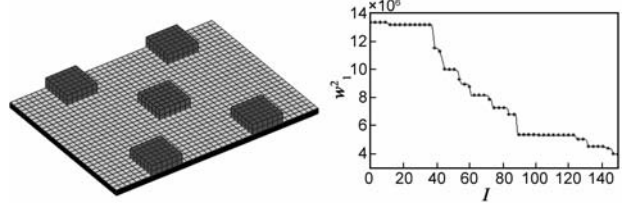


图6 支撑布局优化模型

图7 ω_1^2 与迭代次数 I 的关系图

当 $I=100$ 和 $I=149$ 时支撑拓扑结构分别如图 8 和图 9 所示。

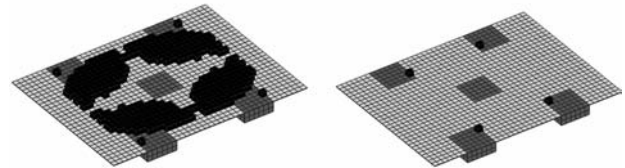


图8 $I=100$ 时支撑拓扑结构

图9 $I=149$ 时支撑拓扑结构

7 结论

本文根据支撑布局优化的特点建立了 PCB 板支撑布局优化模型,利用无质量材料实体模型模拟结构的支撑部分,同时利用子结构技术建立了非优化结构的缩减模型,大大降低了计算量。在此基础上利用渐进结构优化方法,推导了支撑布局优化的单元删除灵敏度,并分析了支撑结构刚度对结构拓扑分析的影响。最后利用两个计算实例验证了该优化模型的可行性和正确性。

参考文献

- [1] 李晓明,高泽溪,吕善伟. 电路板上电子元件位置的优化[J]. 电子学报,1999,27(7):76-78.
LI Xiaoming, GAO Zexi, LÜ Shanwei. Optimal placement of electronic components in electronic board[J]. Acta Electronica Sinica, 1999, 27(7): 76-78. (in Chinese)
- [2] 周殊,潘炜,罗斌,等. 一种基于粒子群优化方法的改进量子遗传算法及应用[J]. 电子学报,2006,34(5):897-901.
ZHOU Shu, PAN Wei, LUO Bin, et al. A novel quantum genetic algorithm based on particle swarm optimization method and its application[J]. Acta Electronica Sinica, 2006, 34(5): 897-901. (in Chinese)
- [3] 杨帆,张雪霞. 遗传算法在微带天线优化中的应用[J]. 电子学报,2000,28(9):91-95.
YANG Fan, ZHANG Xue-xia. Application of genetic algorithms in microstrip antenna optimization[J]. Acta Electronica

- Sinica, 2000, 28(9): 91 - 95. (in Chinese)
- [4] 周向阳, 陈立平, 黄正东. 连续体结构与支撑综合拓扑优化设计方法[J]. 农业机械学报, 2008, 39(4): 120 - 131, 68. ZHOU Xiangyang, CHEN Liping, HUANG Zhengdong. Topology optimization design of structure and supports for continuum-type structures[J]. Transactions of the Chinese Society for Agricultural Machinery, 2008, 39(4): 120 - 131, 68. (in Chinese)
- [5] 段宝岩, 徐国华. 杆系类天线结构的拓扑优化设计[J]. 电子学报, 1992, 20(3): 27 - 34. DUAN Baoyan, XU Guohua. On topology optimization for antenna structures[J]. Acta Electronica Sinica, 1992, 20(3): 27 - 34. (in Chinese)
- [6] BUHL T. Simultaneous topology optimization of structure and supports[J]. Struct Multidiscipl Optim, 2001, 23(5): 336 - 346.
- [7] ZHU Jihong, ZHANG Weihong. Maximization of structural natural frequency with optimal support layout[J]. Struct Multidisc Optim, 2006, (31): 462 - 469.
- [8] R R Craig Jr, MCC Bampton. Coupling of substructures for dynamic analysis[J]. AIAA Journal, 1968, (6): 1313 - 1319.
- [9] 杜平安, 刘建涛, 刘孝保. 电子器件振动特性有限元模型参数的等效计算方法[J]. 电子学报, 2010, 38(8): 1867 - 1873. DU Pingan, LIU Jiantao, LIU Xiaobao. Equivalent computational methods of finite element model's parameters for vibration analysis of electronic module [J]. Acta Electronica Sinica, 2010, 38(8): 1867 - 1873. (in Chinese)
- [10] Y M Xie, G P Stevenf. Evolutionary structural optimization for dynamic problems[J]. Computers & Structures, 1996, 58(6): 1067 - 1073.
- [11] 荣见华, 谢忆民, 姜节胜, 等. 渐进结构优化设计的现状与进展[J]. 长沙交通学院学报, 2001, 17(3): 16 - 23. RONG Jianhua, XIE Yimin, JIANG Jiesheng, et al. Present situation and development of evolutionary structural optimization method[J]. Journal of Changsha Communications University, 2001, 17(3): 16 - 23. (in Chinese)

- [12] X Huang, Z H Zuo, Y M Xie. Evolutionary topological optimization of vibrating continuum structures for natural frequencies[J]. Computers and Structures, 2010, 88(5 - 6): 357 - 364.
- [13] 朱继宏, 张卫红, 邱克鹏. 结构动力学拓扑优化局部模态现象分析[J]. 航空学报, 2005, 26(4): 619 - 623. ZHU Jihong, ZHANG Weihong, QIU Kepeng. Investigation of localized modes in topology optimization of dynamic structures [J]. Acta Aeronau Tica et Astronau Tica Sinica, 2005, 26(4): 619 - 623. (in Chinese)

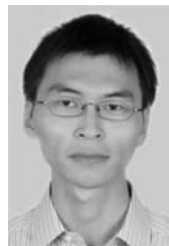
作者简介



刘孝保 男, 1978 年生, 重庆市奉节人, 现为电子科技大学机械电子工程学院博士研究生. 主要从事结构有限元仿真与分析、优化以及制造业信息化方面的研究工作.
E-mail: forcan2008@qq.com



杜平安 男, 博士, 1962 年生, 重庆市开县人, 现为电子科技大学机械电子工程学院教授、博士生导师. 主要从事数字化设计、仿真与制造领域的研究.
E-mail: dupingan@uestc.edu.cn



刘建涛 男, 1982 年生, 河北省石家庄人, 现为电子科技大学机械电子工程学院博士研究生. 主要从事结构振动响应及优化设计、疲劳裂纹扩展与有限元数值模拟方法研究.
E-mail: jiantaoliu_uestc@163.com